细品真题，多解拓展

■江苏省张家港职业教育中心校　韩文美

著名数学家、教育学家G·波利亚在《怎样解题》中指出：“好题目和某种蘑菇有点相似之处：它们都是成串成长，找到一个以后，我们应该看看，很有可能在很近的地方又能找到更多的.”2018年高考过后，数学风云，创新无限，名题如云，美不胜收.特别对于2018年高考全国Ⅰ文卷第20题，背景简单，立意新颖，思想丰富，知识融合，动静结合，实属难得，是名题中的一大精品，具有非常好的学习、观摩、研究、拓展的价值.

一、真题在线

【高考真题】(2018·全国Ⅰ文·20)设抛物线 $C:y^2=2x$,点 $A(2,0)$,$B(-2,0)$,过点 A 的直线 l 与 C 交于 M,N 两点.

(1)当 l 与 x 轴垂直时,求直线 BM 的方程;

(2)证明：$\angle ABM=\angle ABN$.

分析：本题涉及抛物线的方程与几何性质，直线与抛物线的位置关系，直线的方程与斜率，考查函数与方程思想，数形结合思想，化归与转化思想等.关键是证明$\angle ABM=\angle ABN$时所切入的角度，可以利用直线的斜率和为零，也可以利用角平分线的性质，还可以利用几何法来转化.

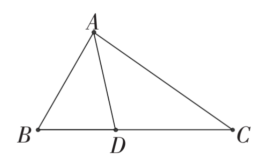
二、教材背景

我国南宋时期杰出的数学家杨辉曾说：“夫学算者，题从法取，法将题验，凡欲明一法，必设一题.”高中数学教材中的例（习）题凝聚了几代数学专家、学者的集体智慧和结晶，具有典型性、代表性、示范性、迁移性等，课本上一些看似平淡无奇的例（习）题，隐藏着深远的背景，也有着意想不到的功能.事实证明，很多高考题往往都来源于课本有关的例（习）题，而又高于课本有关的例（习）题，即在课本中往往能够找到高考题的题源.

三角形内角平分线定理：

（1）普通高中课程标准实验教科书《数学·必修5·B版》(人民教育出版社，2007年4月第2版）第5页例2：

如图，在$\triangle ABC$中，$\angle A$的平分线与边BC相交于点D，求证：$\dfrac{BD}{DC}=\dfrac{AB}{AC}$.



（2）普通高中课程标准实验教科书《数学·必修5·苏教版》(江苏教育出版社，2012年6月第4版）第10页例5：

在$\triangle ABC$中，AD是$\angle BAC$的平分线，用正弦定理证明：$\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{BD}{DC}$.

三、多向思维

当我们解完一道题以后，要不断领悟反思，多角度切入

解析：由题意知，问题转化为方程 $e^{2x+4}=\ln(2x+\lambda)+1$ 有唯一实数根.

由 $e^{f(x)}-\ln g(x)\geqslant f(x)-g(x)+2$，得 $e^{2x+4}-\ln(2x+\lambda)\geqslant 2x+4-2x-\lambda+2$,即$e^{2x+4}-\ln(2x+\lambda)\geqslant 6-\lambda$，$1\geqslant 6-\lambda$，$\lambda\geqslant 5$. 当且仅当 $2x+4=0$ 和 $2x+\lambda=1$ 同时成立时，取等号，即 $\lambda=5$ 时取等号，故实数 λ 的值是5.

说明：直接运用 $e^{f(x)}-\ln g(x)\geqslant f(x)-g(x)+2$，注意取等号的条件.

以上从一道高考题出发， 从分析、解答、结论、证明对其全方位透视，并获得两个灵魂不等式.再通过两个灵魂不等式的变式应用，将高考或模考中的恒成立不等式、能成立不等式、函数零点、方程的实根、不等式的证明等问题融为一体. 这给我们启示是：好的高考题或模考题往往具有针对性、示范性和拓展性，如果教师讲解前认真思考、认真发掘、认真研究， 通过发现其联系、发现其差异、发现其规律、发现其本质等等，让其发挥复习功能，起到以点带面、以一当十、举一反三、融会贯通的作用，促使学生的思维水平和解题能力达到一个新的高度. 这不失为高考备考复习一种良好的教学模式.

责任编辑　徐国坚